

# ỨNG DỤNG BRADLEY-TERRY MINORIZATION-MAXIMIZATION ĐỂ HỌC CÁC ĐẶC TRƯNG TRÊN CỜ CÓ ĐỘ PHÂN NHÁNH CAO

Nguyễn Quốc Huy<sup>1</sup>, Đặng Công Quốc<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Đại học Sài Gòn

<sup>2</sup> Đại học Khoa học Huế

nghuy@sgu.edu.vn, dangcongquoc1968@gmail.com

**TÓM TẮT:** Mô hình Bradley-Terry (BT) khá phổ biến trong việc tính xác suất khả năng thắng cuộc của một đấu thủ trong một trận đấu, mô hình này cũng được dùng để tính hệ số ELO của các kỳ thủ. Trong khi đó thuật toán Minorization-Maximization (MM) cực đại khả năng dự đoán dựa vào những thông tin đã có trước đó. Sự kết hợp giữa BT và MM tạo ra thuật toán học có giám sát rất hiệu quả trong việc huấn luyện các đặc trưng. Bài báo này trình bày thuật toán BTMM và áp dụng trong việc huấn luyện các đặc trưng của cờ *Riversi*, *Connect-6*. Tìm kiếm đặc trưng được thực hiện từ những ván cờ có chất lượng. Thực nghiệm cho thấy sự hiệu quả, và qua đó bài báo có những phân tích thú vị.

**Từ khóa:** Bradley-Terry, Minorization-Maximization, Connect-6, evaluation functions.

## I. GIỚI THIỆU

Máy học là một trong những phương pháp luận thông minh dự đoán được những kết quả đầy hứa hẹn trong nhiều lĩnh vực, một trong những lĩnh vực được nhiều người quan tâm đặc biệt là dự đoán trong thể thao, bởi vì số lượng tiền đổ vào cá cược rất lớn. Rất nhiều hãng cá cược cũng như nhiều cá nhân quan tâm đến các mô hình dự đoán sao cho người chơi có thể kiểm soát được khả năng thắng cao nhất. Những mô hình này được xây dựng trên nhiều đặc trưng (tham số) liên quan đến từng loại trò chơi như là kết quả các trận đấu đã xảy ra trong lịch sử, phong độ người chơi (cầu thủ, kỳ thủ, ngựa đua,...), thông tin đối phương, thông tin sân nhà sân đối phương. Có nhiều phương pháp phổ biến trong máy học để xây dựng mô hình dự đoán các trận đấu đối kháng, trong đó có một phương pháp thú vị và hiệu quả trên nhiều trò chơi đối kháng là Bradley-Terry Maximization Minorization, gọi tắt là BTMM.

Mô hình Bradley-Terry rất nổi tiếng trong việc tính hệ số Elo của các kỳ thủ dựa vào lịch sử các trận đấu của họ trước đó. Ví dụ, hệ số Elo của kỳ thủ cờ Vua được tính thông qua hệ số gamma ( $\gamma$ ), trong đó hệ số  $\gamma$  được tính theo dữ liệu trước đó  $r_i = 400 \log_{10}(\gamma_i)$ . Ví dụ, tại thời điểm đang xét hệ số  $\gamma_{Liêm}$  của Lê Quang Liêm, kỳ thủ số một của Việt Nam được tính từ dữ liệu trước đó là  $\gamma_{Liêm} = 6683439.176$ . Khi đó hệ số xếp hạng Elo của Lê Quang Liêm là  $r_{Liêm} = 400 \log_{10}(\gamma_{Liêm}) = 400 \log_{10}(6683439.176) = 2730$ . Trong khi đó kỳ thủ số hai Việt Nam, Nguyễn Ngọc Trường Sơn có hệ số  $\gamma_{Sơn} = 4216965.034$  được tính từ dữ liệu trước đó, ta có hệ số xếp hạng Elo là  $r_{Sơn} = 400 \log_{10}(\gamma_{Sơn}) = 400 \log_{10}(4216965.034) = 2650$ . Đây là ví dụ cho cách tính của mô hình Bradley-Terry và  $\gamma_i$  là sức mạnh của người chơi thứ  $i$ . Qua đó ta thấy sức cờ của Lê Quang Liêm hơn hẳn sức cờ của Nguyễn Ngọc Trường Sơn dù chỉ cách 80 hệ số ELO.

Bài báo giới thiệu sơ lược thuật toán Minorization-Maximization, cụ thể là hướng tiếp cận tối ưu MM vào mô hình Bradley-Terry, được biết đến là thuật toán BTMM [4]. Thuật toán BTMM nằm trong lớp học có giám sát, là phương pháp tìm ra mối liên hệ giữa các đặc trưng trên bàn cờ và các nước đi được chọn dựa trên dữ liệu các ván cờ có sẵn. Các điều kiện đơn giản được phát biểu rằng đảm bảo mỗi thuật toán được mô tả sẽ tạo ra một chuỗi hội tụ với bộ ước lượng khả năng xảy ra cực đại duy nhất.

Cờ Vua là một trong những môi trường thử nghiệm Trí tuệ nhân tạo từ năm 1997. Dự đoán trong thể thao nói chung phức tạp hơn nhiều so với thông tin dự đoán của Cờ Vua, đã có nhiều mô hình dự đoán tốt trên bài toán cờ vua. Cần có sự thử nghiệm mô hình BTMM trên không gian tìm kiếm lớn hơn Cờ Vua mà những mô hình cũ thực hiện không hiệu quả, vì vậy bài báo thử nghiệm mô hình BTMM trên dữ liệu cờ *Riversi* và *Connect-6* trên tập dữ liệu lớn có sẵn.

Cờ Connect-6 là loại cờ có độ phân nhánh khủng khiếp, hơn xa cờ Vây. Với kích thước bàn cờ lớn và luật chơi với hai quân cờ mỗi lượt nên không gian tìm kiếm nước đi của Connect-6 rất lớn, độ phức tạp của không gian trạng thái là  $3^{361}$ , độ sâu trung bình của Connect-6 là 30, cờ Connect-6 có hệ số phân nhánh rất cao - xấp xỉ 46.000 nhánh so với 200 nhánh đối với cờ Vua). Connect-6 là một trò chơi có tính chất đối kháng được chơi trên một bàn cờ có kích thước 19x19, là họ trò chơi k-in-a-row được I-Chen-Wu và Dei-Yen Huang đề xuất vào năm 2005. Nhiều chương trình cờ Connect-6 đã trở thành một trong những bảng thi quan trọng tại giải thi đấu quốc tế về cờ trên máy tính ICGA Computer Olympiad từ năm 2006.

Bài báo có 6 phần: phần 1 giới thiệu tổng quan bài báo, phần 2 trình bày tóm lược phương pháp MM, phần 3 ứng dụng MM trong Bradley Terry, phần 4 áp dụng BTMM trong dữ liệu đánh cờ, phần 5 là thực nghiệm và phần 6 là kết luận.

## II. PHƯƠNG PHÁP MINORIZATION - MAXIMIZATION

Phương pháp Minorization - Maximization (MM) không phải là một thuật toán, mà là một số các quy tắc để xây dựng các thuật toán tối ưu hóa [6]. Một phương pháp MM hoạt động bằng cách tạo ra một hàm đại diện, đó chính là hàm mục tiêu tối thiểu hoặc tối đại. Khi hàm đại diện được tối ưu, hàm mục tiêu được điều chỉnh tăng hoặc giảm khi cần thiết. Cực đại khả suất và tổng bình phương là các hình thức ước tính thông thường trong thống kê số liệu. Các phương pháp MM là một phần của bộ công cụ chuẩn của thống kê chuyên nghiệp. Thuật toán Expectation-maximization (EM) [4] là một trường hợp đặc biệt của lớp thuật toán tối ưu MM, thường khai thác tính lồi trong việc tối đại hay tối thiểu một hàm mục tiêu.

Để dễ hình dung, chúng ta khảo sát bài toán tính mẫu trung vị trong trường hợp bài toán không khả vi. Do hàm không khả vi nên phải xử lý thông qua một hàm đại diện. Khảo sát chuỗi các số  $y_1, \dots, y_n$ . Mẫu trung vị  $\theta$  tối thiểu tính chất không khả vi.

$$f(\theta) = \sum_{i=1}^n |y_i - \theta|$$

Cần chọn một hàm cùng điều kiện đồng thời khả vi, chọn hàm bậc hai khả vi sau:

$$h_i(\theta|\theta^n) = \frac{1}{2} \frac{(y_i - \theta)^2}{|y_i - \theta^n|} + \frac{1}{2} |y_i - \theta^n|$$

Có đạo hàm bậc nhất theo  $\theta$  là

$$h_i'(\theta) = \frac{1}{2|y_i - \theta^n|} 2(y_i - \theta) + 0 = \frac{(y_i - \theta)}{|y_i - \theta^n|}$$

$h_i(\theta|\theta^n)$  đạt cực trị khi  $h_i'(\theta) = 0 \Leftrightarrow \theta = y_i$ . Cực đại  $|y_i - \theta|$  tại điểm  $\theta^n$ . Xem  $k(\theta) = |y_i - \theta|$  khi đó

$$h_i(\theta^n|\theta^n) = \frac{1}{2} \frac{(y_i - \theta^n)^2}{|y_i - \theta^n|} + \frac{1}{2} |y_i - \theta^n| = \frac{1}{2} |y_i - \theta^n| + \frac{1}{2} |y_i - \theta^n| = |y_i - \theta^n| = k(\theta^n)$$

Từ đó  $g(\theta|\theta^n) = \sum_{i=1}^n h_i(\theta|\theta^n)$  cực đại  $f(\theta)$ . Và mẫu trung vị được tính

$$g(\theta|\theta^n) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(y_i - \theta)^2}{|y_i - \theta^n|} + |y_i - \theta^n| \right]$$

## III. PHƯƠNG PHÁP MINORIZATION - MAXIMIZATION TRONG BRADLEY TERRY

Mô hình Bradley-Terry đề so khớp, là phương tiện đơn giản và đa dạng để mô tả khả năng chiến thắng giữa cá thể A và cá thể B. Minorization-Maximization là một kỹ thuật được áp dụng để tạo ra các thuật toán lặp ước lượng khả suất lớn nhất trong mô hình Bradley - Terry.

### A. Mô hình Bradley - Terry

Giả sử các cá thể trong một nhóm được so sánh lặp đi lặp lại nhiều lần với một cá thể khác với nhau, Bradley và Terry đề xuất mô hình (1952) [3]:

$$P(i \text{ beats } j) = \frac{\gamma_i}{\gamma_i + \gamma_j} \quad (1)$$

Trong đó  $\gamma_i$  là trọng số dương của cá thể  $i$ ,  $\gamma_j$  là trọng số dương của cá thể  $j$ ,  $P(i \text{ beats } j)$  là khả năng cá thể  $i$  thắng cá thể  $j$ . Trong trường hợp tổng quát, ta có thể xem cá thể như là một đội thể thao, khi đó  $\gamma_i$  thể hiện khả năng tổng thể của đội  $i$ . Mô hình Bradley-Terry có thể được khái quát hóa để tính xác suất cá thể  $i$  thắng trong  $n$  người chơi:

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, P(i \text{ wins}) = \frac{\gamma_i}{\gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_n} \quad (2)$$

Một khái quát hóa khác bao gồm việc xem xét không chỉ các cá thể, mà là các đội. Trong khái quát hóa này, trọng số của một đội dựa trên trọng số của các thành viên trong đội. Ví dụ, đội A có các thành viên 1, 2, 3. Đội B có các thành viên 4, 2. Đội C có các thành viên 1, 5, 6, 7. Thì xác suất đội A thắng đội B và C được tính như sau:

$$(A \text{ thắng } B \text{ và } C) = \frac{\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3}{\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 + \gamma_4 \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_5 \gamma_6 \gamma_7} \quad (3)$$

Lưu ý rằng cùng một cá thể có thể xuất hiện trong nhiều đội, nhưng nó không thể xuất hiện nhiều hơn một lần trong một đội.

### B. Áp dụng Minorization-Maximization vào Bradley-Terry

Gọi  $b_{ij}$  là số lần  $i$  đấu với  $j$ , thì xác suất được tính sau nhiều lần đấu là:

$$L(\gamma) = \prod_{i,j} \left( \frac{\gamma_i}{\gamma_i + \gamma_j} \right)^{b_{ij}} = \sum_{i,j} b_{ij} [\ln \gamma_i - \ln(\gamma_i + \gamma_j)] \quad (4)$$

Hàm  $g(\gamma^{n+1}|\gamma^n)$  tương ứng của  $L(\gamma)$  được tìm dựa trên tính chất tựa siêu phẳng của một hàm lồi, ta có:

$$h(\mathbf{y}) \geq h(\mathbf{x}) + \nabla h(\mathbf{x})^t(\mathbf{y} - \mathbf{x})$$
 của hàm lồi  $h(x)$ . Chọn  $h(x) = -\ln x$ . Ta được  $-\ln y \geq -\ln x - \frac{1}{x}(y - x)$

Áp dụng bất đẳng thức này vào hàm (\*) thì hàm

$$g(\gamma|\gamma^n) = \sum_{i,j} b_{ij} \left[ \ln \gamma_i - \ln(\gamma_i^n + \gamma_j^n) - \frac{\gamma_i + \gamma_j}{\gamma_i^n + \gamma_j^n} + 1 \right],$$
 lấy đạo hàm ta được điểm cực trị
 
$$\gamma_i^{n+1} = \frac{\sum_{j \neq i} b_{ij}}{\sum_{j \neq i} (b_{ij} + b_{ji}) / (\gamma_i^n + \gamma_j^n)} \tag{5}$$

Gọi  $W_i = \sum_{i=1, i \neq j}^n b_{ij}$  là số lần đầu thủ  $i$  giành chiến thắng trong những lần có tham gia thi đấu. Khi những ứng viên

có trọng số khác nhau,  $C_{ij} = b_{ij} + b_{ji}$  là sức mạnh tổng hợp của đội mà có ứng viên  $i$  tham gia trong trận đấu thứ  $j$ , và  $E_j = \gamma_i^n + \gamma_j^n$  là sức mạnh tổng thể của tất cả các đội tham gia trong trận đấu thứ  $j$ . Công thức (5) trở thành

$$\gamma_i \leftarrow \frac{W_i}{\sum_{j=1}^N \frac{C_{ij}}{E_j}} \tag{6}$$

Với công thức tối tiểu - tối đại, một chiến thắng tính toán phụ thuộc không những vào sự phối hợp đồng đội mà còn phụ thuộc vào đối phương, với  $\gamma$  là trọng số của một đặc trưng nhằm xác định tầm quan trọng của đặc trưng đó trong một nước đi. Với công thức (6) ta có thể có đưa ra phương pháp để đánh giá Mean Log-Evidence được tính theo những công thức sau

$$strength(m) = \prod_{i \in m} (\gamma_i) \tag{7}$$

$$prob(m) = \frac{strength(m)}{E} \tag{8}$$

$$MLE = \frac{\sum_{i \in m} (\log(prob(m_i)))}{N} \tag{9}$$

Vì một nước đi có liên quan đến nhiều đặc trưng, công thức (7) xác định sức mạnh của một nước đi bằng cách tính tích các đặc trưng có liên quan đồng thời trên một nước đi. Như vậy khả năng của một nước đi  $m$  được chọn trên các nước có thể đi được được tính theo công thức (8). Trên toàn bộ trạng thái  $N$  có được từ tập dữ liệu đánh cờ cho trước, khả năng dự báo chọn đúng nước đi được tính theo phương pháp Mean log-evidence như công thức (9).

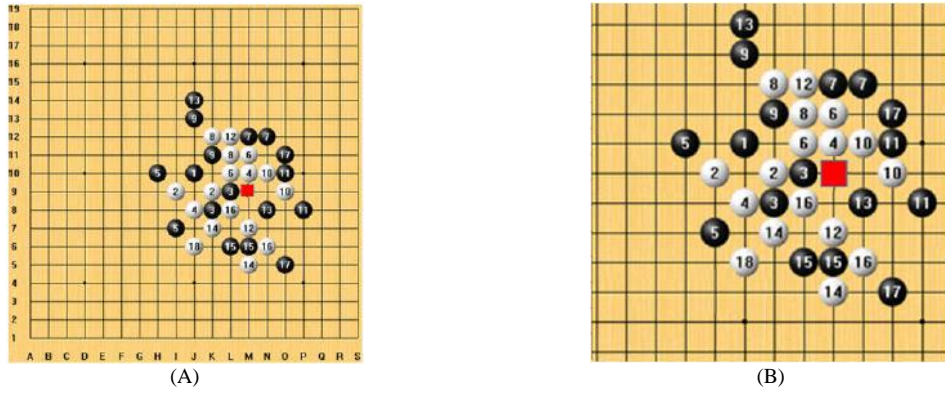
#### IV. ÁP DỤNG BTMM VÀO DỮ LIỆU CÁC VÁN CỜ

##### A. Dữ liệu ván cờ

Giả sử ta có dữ liệu ván cờ Connect-6 với thứ tự được mô tả như bảng 1 và hình 1(A) các nước đi trên bàn cờ có kích thước 19x19, hình 1(B) là hình ảnh phóng to của hình 4-1(A). Dữ liệu ván cờ cho biết thông tin thứ tự nước đi, lượt đi (Trắng hay Đen), và vị trí quân cờ (chỉ dòng, chỉ cột) trên bàn cờ. Dữ liệu các loại cờ khác cũng tương tự như vậy.

**Bảng 1.** Thứ tự các nước đi trong một game record

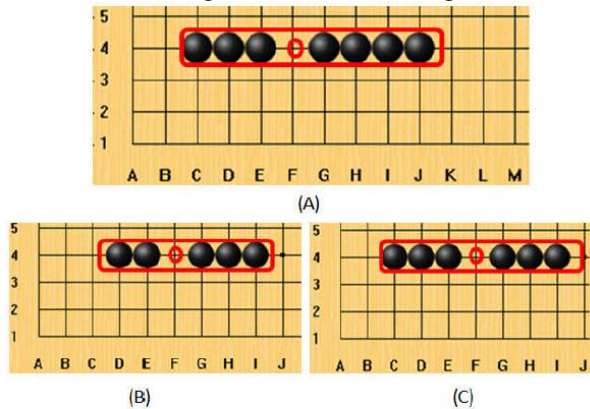
Quân đen	Quân trắng
1. B[j10]	2. W[i9k9]
3. B[19k8]	4. W[m10j8]
5. B[h10i7]	6. W[m11110]
7. B[m12n12]	8. W[111k12]
9. B[k11j13]	10. W[n10o9]
11. B[o10p8]	12. W[112m7]
13. B[n8j14]	14. W[k7m5]
15. B[m6l6]	16. W[18n6]
17. B[o11o5]	18. W[j6i5]
19. B[m9h4]	10. W[j5k5]
21. B[j9l5]	



Hình 1 Một ván cờ trong tập dữ liệu

**B. Đặc trưng và vùng đặc trưng**

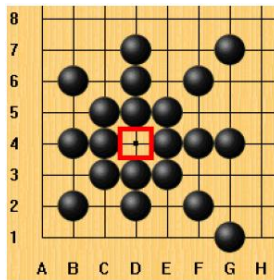
Giả sử vị trí M9 được xét để đánh giá dưới đặc trưng với chiều dài là 8 ô {M9, (M5, M6, M7, M8, M9, M10, M11, M12)} với 0: chưa đặt quân, 1: đặt quân Đen, 2: đặt quân Trắng, ta có giá trị của đặc trưng đang xét là (2, 1, 2, 0, 0, 2, 2, 1). N là số trạng thái có được sau có được trong tất cả các ván cờ (được giả sử là 70000000 trạng thái).  $W_i = 1041$  là số lần (1041 lần) xuất hiện đặc trưng có giá trị (2, 1, 2, 0, 0, 2, 2, 1) thuộc vùng đặc trưng {M9, (M5, M6, M7, M8, M9, M10, M11, M12)} trong tổng số 70.000.000 trạng thái. Hình 2 mô tả các vùng đặc trưng có độ dài 8 trong hình A, độ dài 7 trong hình C, độ dài 6 trong hình B.



Hình 2. Các vùng đặc trưng có chiều dài lần lượt 8(A), 6(B), 7(C) trên bàn cờ Connect-6

Mỗi vùng đặc trưng có nhiều đặc trưng. Ví dụ, số đặc trưng của vùng trong hình 2(A) liên quan đến các ô {C4, D4, E4, F4, G4, H4, I4, J4}, do ô F4 là ô đang xét nên các đặc trưng trong vùng có 7 ô liên quan, mỗi ô có 3 khả năng {Trắng, Đen, Rỗng}, mỗi đặc trưng phụ thuộc vào người chơi vì đặc trưng có thể có lợi cho người chơi Trắng nhưng lại không có lợi cho người chơi Đen và ngược lại. Vì vậy, số đặc trưng trong vùng là  $3^7 \times 2 = 4374$ .

Công thức (7) tính độ mạnh cho một nước đi nào đó, ví dụ nước đi D4 như trong Hình 3 có 4 đặc trưng nằm trong 4 vùng đặc trưng (tại sao xét 4 vùng đặc trưng này, câu trả lời là dựa vào kinh nghiệm người chơi cờ) thì độ mạnh của nước đi F4 sẽ là tích của các trọng số các đặc trưng xuất hiện tại thời điểm đang xét. Một vị trí nước đi có rất nhiều đặc trưng liên quan, để xác định đặc trưng nào là tốt nhất cho vị trí đó tại một thời điểm cụ thể thì độ đo MLE trong công thức (9) được sử dụng.



Hình 3. Có 4 vùng đặc trưng nên xét tại vị trí D4 có chiều dài bằng 6

**C. Áp dụng với BTMM**

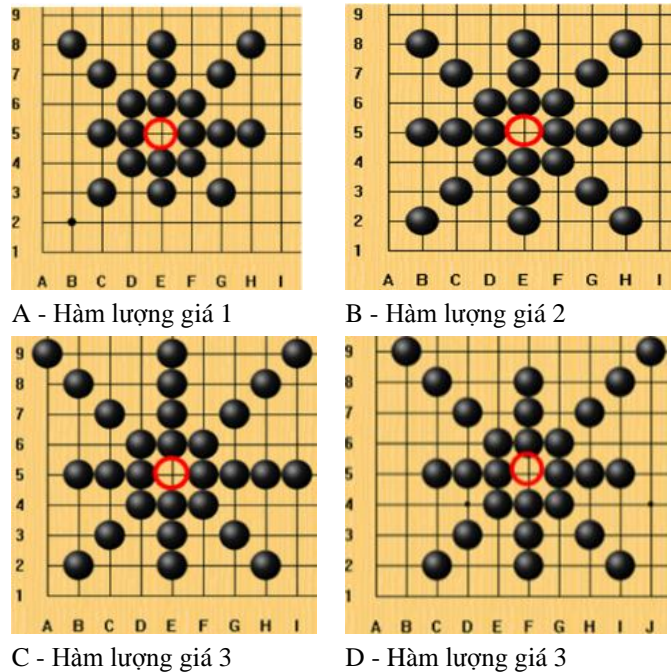
Ứng với mỗi trạng thái tìm thấy được đặc trưng đó ta cần phải tính hai giá trị  $C_{ij}$  và  $E_j$ . Với  $C_{ij}$  là tại trạng thái thứ  $j$  có xuất hiện đặc trưng  $i$  đang xét và các đặc trưng là đồng đội với đặc trưng đang xét tại trạng thái  $j$  đó sẽ được lấy tích lại với nhau và cùng trong trạng thái  $j$  đó ta tính tổng độ mạnh của tất cả các nước đi hợp lệ để có giá trị  $E_j$ .

Áp dụng cụ thể công thức (7) vào trong những trò chơi đánh cờ,  $m$  là nước đi nào đó,  $strength(m)$  là hàm tính độ mạnh của nước đi  $m$ ,  $E$  là tổng độ mạnh của nước đi hợp lệ trong một trạng thái của bàn cờ. Một trạng thái của bàn cờ có nhiều nước đi hợp lệ có thể đi được, nhưng người chơi chỉ có thể chọn một nước đi tốt nhất theo suy tính của người chơi. Nhưng đối với chương trình máy tính thì phải dựa trên hàm  $strength(m)$ . Hàm này cũng chính là hàm lượng giá hành động được trình bày ở phần trên. Trong công thức (6),  $N$  là số trạng thái có được trong tập dữ liệu các ván cờ dùng để học,  $m_i$  là nước đi được chọn trong trạng thái thứ  $i$ . Giả sử có 1.000.000 ván cờ dùng để làm dữ liệu học, mỗi ván cờ có trung bình xấp xỉ có 70 trạng thái, như vậy 1.000.000 ván cờ có xấp xỉ  $N = 70.000.000$  trạng thái.

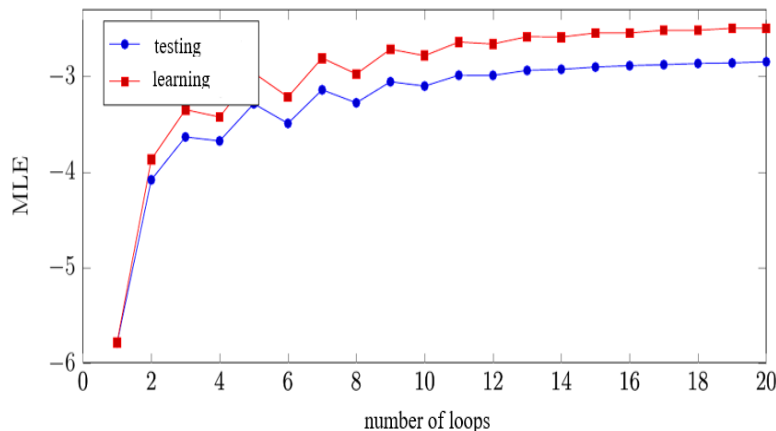
**V. THỰC NGHIỆM**

Bài báo dùng công thức đánh giá Mean-Log Evidence (theo công thức 9) để ước lượng khả năng của các nước đi được chọn. Độ đo Mean-Log Evidence (MLE) được áp dụng trong phương pháp kiểm tra chéo với tập dữ liệu dùng để huấn luyện và đánh giá là tập các ván cờ Connect-6 được thu thập. Dữ liệu sẽ được huấn luyện với 95% dữ liệu trong tập và 5% dữ liệu còn lại để làm mẫu kiểm thử cho mô hình. Mỗi nước đi được chọn được thử trên trên các tập 4 mẫu có độ dài 6; 4 mẫu có độ dài 7; 4 mẫu có độ dài 8; 4 mẫu trong đó 2 mẫu có độ dài 8 và 2 mẫu có độ dài 7.

Trong 1.000.000 ván cờ, 995.000 ván được làm dữ liệu huấn luyện, 5.000 ván được làm dữ liệu kiểm thử theo phương pháp huấn luyện BTMM với số vòng lặp 20 cho tất cả các thực nghiệm. Bốn tập mẫu trên ứng với 4 loại hàm lượng giá: Hàm lượng giá 1 bao gồm 4 đặc trưng có độ dài là 6 xung quanh vị trí đang xét (vị trí màu đỏ chính giữa trong hình 4A). Hàm lượng giá 2 bao gồm 4 đặc trưng có độ dài là 7 xung quanh vị trí đang xét (vị trí màu đỏ chính giữa trong hình 4B). Hàm lượng giá 3 bao gồm 4 đặc trưng có độ dài là 8 xung quanh vị trí đang xét (vị trí màu đỏ chính giữa trong hình 4C). Hàm lượng giá 4 bao gồm 4 đặc trưng trong đó 2 có độ dài là 8 và 2 đặc trưng có độ dài 7 xung quanh vị trí đang xét (vị trí màu đỏ chính giữa trong hình 4D).

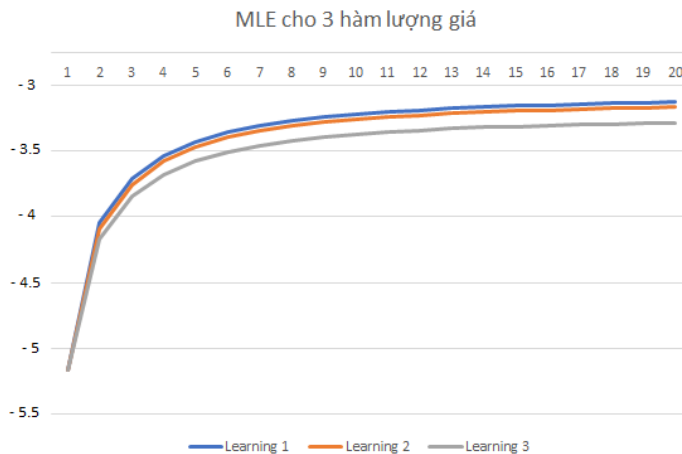


**Hình 4.** Bốn hàm lượng giá hành động



**Hình 5.** MLE của hàm lượng giá 3

Trong các thực nghiệm trên, đặc trưng tốt nhất là các đặc trưng thuộc nhóm mẫu có 2 mẫu độ dài 8 và 2 mẫu độ dài 7 (hình 4D). Số lượng đặc trưng là 5832 trong thực nghiệm hình 4A, 17496 đặc trưng trong thực nghiệm hình 4B, 52488 đặc trưng trong thực nghiệm hình 4C, 34992 đặc trưng trong thực nghiệm hình 4D. Thực nghiệm hàm lượng giá hành động 3 (hình 5) đồ thị có sự bất thường, sự bất thường này chính là hiện tượng quá khớp (overfitting) rất không tốt trong trường hợp tổng quát hóa cho nên kết quả huấn luyện này sẽ không được sử dụng dù MLE tổng quát cao (MLE = -2.845), điều này cho thấy số lượng đặc trưng quá nhiều sẽ không tốt cho việc học khi kết quả học thì cao nhưng đem vào sử dụng trong thực tế lại rất thấp. Nếu số lượng đặc trưng quá ít hoặc dữ liệu học quá ít sẽ gây ra hiện tượng chưa khớp (underfitting). Các thông số thực nghiệm còn lại không có sự bất thường trong huấn luyện, và MLE của thực nghiệm hàm lượng giá hành động 4 (hình 4D) là tốt nhất (MLE = -2.894). Chính vì sự quá khớp trong hàm lượng giá hành động 3, nên hàm lượng giá hành động 4 chúng tôi đã giảm số đặc trưng từ 52488 xuống còn 34992 và không còn xảy ra việc quá khớp. Hình 6 so sánh MLE của 3 hàm lượng giá không xảy ra bất thường và hàm lượng giá hành động 4 (hình 4D) là tốt nhất.



Hình 6. So sánh giá trị learning giữa 3 hàm lượng giá

## VI. KẾT LUẬN

Bài báo tập trung vào việc tìm hiểu các thuật toán học có giám sát. BTMM là một thuật toán học có giám sát kết hợp giữa mô hình Bradley-Terry (BT) và phương pháp tối ưu Maximization-Minimization (MM). Phương pháp này hiệu quả trong các bài toán dự đoán có tính đối kháng như: Dự đoán khả năng thắng giữa 2 kỳ thủ, dự đoán khả năng thắng cuộc giữa các đội tham gia vào một trận đấu, dự đoán đua ngựa.

Bào báo hy vọng đọc giả tìm hiểu được phần phương pháp áp dụng MM vào BT và biết cách triển khai thực nghiệm để kiểm chứng lý thuyết. Kết quả thực nghiệm và phân tích cho ra nhiều thông tin lý thú của việc đánh giá đặc trưng. Đặc trưng cũng chính là thành phần quan trọng trong việc xây dựng các hàm phân lớp heuristic.

Mô hình Bradley-Terry có mở rộng thêm cho các thông tin ưu tiên giữa các ứng viên như: Sân nhà, sân đối phương. Bài toán dự đoán bóng đá là một bài toán phù hợp để nghiên cứu tiếp theo và được mô tả như sau: Có 20 câu lạc bộ tại Premier League, mỗi câu lạc bộ sẽ thi đấu với các đối thủ khác hai lần (vòng tròn hai lượt) một lượt trên sân nhà của họ và một trên sân đối phương (sẽ có trọng số khác nhau).

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Bradley, R.A. and M. Terry, "The rank analysis of incomplete block designs: I. the method of paired comparisons", *Biometrika*, 39 (1952), 324-345.
- [2] David R. Hunter. MM algorithms for generalized Bradley-Terry models. *The Annals of Statistics*, 32(1):384-406, 2004.
- [3] Rémi Coulom. Efficient selectivity and backup operators in Monte-Carlo tree search. In P. Ciancarini and H. J. van den Herik, editors, *Proceedings of the 5th International Conference on Computer and Games*, Turin, Italy, 2006
- [4] Remi Coulom: Computing Elo Ratings of Move Patterns in the Game of Go. *Journal of the International Computer Games Association* 30-4 (2007) pp. 198-208.
- [5] Huy, N.Q., Le, B., Ikeda, K.: Extracting important patterns for building state-action evaluation function in othello. In: *Proceedings of the Technologies and Applications of Artificial Intelligence (TAI)*. pp. 278-283 (2012).
- [6] Huy, N.Q., Ikeda, K.: Evaluation of pattern shapes in board games before machine learning. *International Journal Of Electrical Engineering* 20, 39 - 49 (2013) [14] Huy, N.Q., Viennot, S., Ikeda, K.: Fast optimization of the pattern shapes in board games with simulated annealing (2014).

## USING BRADLEY-TERRY MINORIZATION-MAXIMIZATION FOR FEATURE SELECTION IN THE HIGH BRANCHING BOARD GAMES.

Nguyễn Quốc Huy, Đặng Công Quốc

**ABSTRACT:** *The Bradley-Terry (BT) model is quite popular to identify the winning probability of a player, it has been used to compute an ELO of a chess player. While the Minorization-Maximization (MM) approach maximizes a priori probability, a combination between BT and MM has been an efficient algorithm of supervised learning in board games. The paper introduces in detail BTMM algorithm and how to apply it on feature selection in Riversi, Connect-6 game records. The experiments show many efficient results and some interesting information of analysis.*